

ІНТЕГРУВАННЯ

ВИЩА МАТЕМАТИКА

О.Ф. Кібкало

Л.В. Карманова

В.П. Орел

ІНТЕГРУВАННЯ ЧАСТИНАМИ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
ТА РОЗРАХУНКОВІ ЗАВДАННЯ



Міністерство освіти і науки України
Національний гірничий університет

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
ТА
РОЗРАХУНКОВІ ЗАВДАННЯ**

з нормативної дисципліни "Вища математика"
для студентів усіх спеціальностей
за темою "Інтегрування частинами"

Затверджено до видання навчально-методичним управлінням
університету

Дніпропетровськ
НГУ
2002

Методичні вказівки та розрахункові завдання з нормативної дисципліни "Вища математика" для студентів усіх спеціальностей за темою "Інтегрування частинами" /Уклад.: О.Ф. Кібкало, Л.В. Карманова, В.П. Орел. – Дніпропетровськ: Національна гірнича академія України, 2002. – 34 с.

Укладачі: О.Ф. Кібкало, ст. викладач
Л.В. Карманова, ст. викладач
В.П. Орел, ст. викладач

Відповідальна за випуск завідувачка кафедри вищої математики
Л.В. Новікова, д-р техн. наук, проф.

До ефективних методів інтегрування належить метод інтегрування частинами. Будь-який підінтегральний вираз можливо представити нескінченними способами у вигляді добутку $u \cdot dv$ (де u і v – функції від змінної інтегрування, які мають неперервні похідні).

Інтегрування частинами відбувається за формулою

$$\int u \cdot dv = u \cdot v - \int v \cdot du, \quad (1)$$

Практика показує, що більшість інтегралів, які обчислюються за допомогою формули інтегрування частинами, можна розбити на три групи:

– до першої групи належать інтеграли виду

$$\int (ax + b)^n \sin kx dx, \int (ax + b)^n \cos kx dx, \int (ax + b)^n e^{kx} dx,$$

де a, b, k – деякі сталі; n – будь-яке ціле додатне число. Інтеграли цієї групи обчислюються за допомогою n -кратного застосування формули (1), причому щоразу беруть за $n(x)$ вираз $(ax+b)$ у відповідному степені. Після кожного інтегрування степінь буде на одиницю знижуватися;

– до другої належать інтеграли, підінтегральна функція яких містить як множник одну з наведених функцій: $\ln x$, $\arcsin x$, $\arccos x$, $\arctg x$, $(\arctg x)^2$, $\ln \varphi(x)$, ... Для обчислення цих інтегралів треба скористатися формулою (1), беручи за $n(x)$ одну із зазначених вище функцій;

– до третьої належать інтеграли виду

$$\int e^{ax} \cos bx dx, \int e^{ax} \sin bx dx, \int \sin(\ln x) dx, \int \cos(\ln x) dx, \dots$$

Позначаючи будь-який з інтегралів цієї групи за Y і двічі виконуючи інтегрування частинами, дістають для Y алгебричне рівняння першого порядку.

Ці групи, проте, не вичерпують усі без винятку інтеграли, що обчислюються частинами.

Приклад 1

$$\begin{aligned} \int x^2 \sin x dx &= \left\{ \begin{array}{l} u = x^2 \\ dv = \sin x dx \end{array} \middle| \begin{array}{l} du = 2x dx \\ v = -\cos x \end{array} \right\} = -x^2 \cdot \cos x + 2 \int x \cos x dx = \\ &= \left\{ \begin{array}{l} u = x \\ dv = \cos x dx \end{array} \middle| \begin{array}{l} du = dx \\ v = \sin x \end{array} \right\} = -x^2 \cdot \cos x + 2x \sin x - 2 \int \sin x dx = \\ &= -x^2 \cos x + 2x \sin x + 2 \cos x + C. \end{aligned}$$

Приклад 2

$$\int x \ln x dx = \left\{ \begin{array}{l} u = \ln x \\ dv = x dx \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} du = \frac{1}{x} dx \\ v = \frac{x^2}{2} \end{array} \right. = \frac{x^2}{2} \ln x - \int \frac{x^2}{2} \cdot \frac{1}{x} dx =$$
$$= \frac{x^2}{2} \ln x - \frac{1}{2} \int x dx = \frac{x^2}{2} \ln x - \frac{1}{4} x^2 + C .$$

Приклад 3

$$\int \arctg x dx = \left\{ \begin{array}{l} u = \arctg x \\ dv = dx \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} du = \frac{1}{1+x^2} dx \\ v = x \end{array} \right. = x \cdot \arctg x - \int \frac{x dx}{1+x^2} =$$
$$= x \cdot \arctg x - \frac{1}{2} \ln(1+x^2) + C .$$

Приклад 4

$$\int e^{ax} \cos bx dx = \left\{ \begin{array}{l} u = \cos bx \\ dv = e^{ax} dx \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} du = -b \sin bx dx \\ v = \frac{1}{a} e^{ax} \end{array} \right. = \frac{1}{a} e^{ax} \cos bx +$$
$$+ \frac{b}{a} \int e^{ax} \sin bx dx = \left\{ \begin{array}{l} u = \sin bx \\ dv = e^{ax} dx \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} du = b \cos bx dx \\ v = \frac{1}{a} e^{ax} \end{array} \right. = \frac{1}{a} e^{ax} \cos bx +$$
$$+ \frac{b}{a} \left(\frac{1}{a} e^{ax} \sin bx - \frac{b}{a} \int e^{ax} \cos bx dx \right) ;$$
$$\int e^{ax} \cos bx dx = \frac{1}{a} e^{ax} \cos bx + \frac{b}{a^2} e^{ax} \sin bx - \frac{b^2}{a^2} \int e^{ax} \cos bx dx ;$$
$$\int e^{ax} \cos bx dx = \frac{b \sin bx + a \cos bx}{a^2 + b^2} e^{ax} + C .$$

Далі наведені варіанти для самостійного розв'язання.

Вариант 1

1. $\int x^2 \cdot e^{-x} dx$

11. $\int x^2 \cdot \sin \frac{x}{2} dx$

2. $\int \frac{\ln}{x^3} dx$

12. $\int x \cdot 5^x dx$

3. $\int x \cdot \operatorname{arctg} 3x dx$

13. $\int \operatorname{arctg} 2x dx$

4. $\int \arccos \frac{x}{2} dx$

14. $\int \sin \ln 7x dx$

5. $\int x \cdot \cos 5x dx$

15. $\int e^{2x} \cdot \cos x dx$

6. $\int \frac{x dx}{\sin^2}$

16. $\int \frac{\ln x}{\sqrt[4]{x}} dx$

7. $\int \cos \ln x dx$

17. $\int \arcsin \frac{x}{5} dx$

8. $\int e^x \cdot \sin 4x dx$

18. $\int x^{10} \cdot \ln x dx$

9. $\int \ln(x - \sqrt{1+x^2}) dx$

19. $\int \ln(x^2 + 1) dx$

10. $\int \ln^2 x dx$

20. $\int \frac{x \cdot \sin x}{\cos^2 x} dx$

Варіант 2

1. $\int x \sin 2x dx$

11. $\int x^2 \cos 5x dx$

2. $\int \operatorname{arctg} \frac{x}{3} dx$

12. $\int x^2 4^{-x} dx$

3. $\int \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx$

13. $\int \operatorname{arctg} 8x dx$

4. $\int x e^{\frac{x}{4}} dx$

14. $\int \sin \ln \frac{x}{6} dx$

5. $\int e^{-x} \cos x dx$

15. $\int e^x \sin \frac{x}{3} dx$

6. $\int \arccos 7x dx$

16. $\int x^5 \ln x dx$

7. $\int \cos \ln 9x dx$

17. $\int \arcsin 6x dx$

8. $\int \frac{x dx}{\cos^2 x}$

18. $\int \frac{\ln x}{x^2} dx$

9. $\int \ln 4x dx$

19. $\int \frac{x \cos 2x}{\sin^2 2x} dx$

10. $\int \ln(x + \sqrt{1+x^2}) dx$

20. $\int \ln(x^2 + 5) dx$

Варіант 3

1. $\int x \cdot \cos 4x dx$

11. $\int \operatorname{arccotg} \frac{x}{5} dx$

2. $\int x \cdot 2^{-x} dx$

12. $\int x^2 \cdot \sin 6x dx$

3. $\int x^7 \ln x dx$

13. $\int \frac{\ln x}{\sqrt[3]{x}} dx$

4. $\int x \cdot \operatorname{arctg} \frac{x}{3} dx$

14. $\int e^{-x} \cdot \sin x dx$

5. $\int \cos \ln \frac{x}{5} dx$

15. $\int \arccos \frac{x}{9} dx$

6. $\int \arcsin 7x dx$

16. $\int \frac{\ln x}{x^4} dx$

7. $\int \frac{x \cos 12x}{\sin^2 12x} dx$

17. $\int x^2 \cdot 7^x dx$

8. $\int e^{2x} \cos 3x dx$

18. $\int \sin \ln 8x dx$

9. $\int \ln(x + \sqrt{3 + x^2}) dx$

19. $\int \ln(7 - 2x) dx$

10. $\int \frac{x dx}{\cos^2 \frac{x}{4}}$

20. $\int \ln^2 2x dx$

Варіант 4

1. $\int x \cdot \sin 3x dx$

11. $\int \arcsin \frac{x}{6} dx$

2. $\int \frac{\ln x}{x^2} dx$

12. $\int x^2 \cos \frac{x}{8} dx$

3. $\int e^{\frac{x}{3}} \cdot \cos x dx$

13. $\int \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx$

4. $\int \arccos 7x dx$

14. $\int x \cdot 9^{-x} dx$

5. $\int x \cdot \operatorname{arccotg} 4x dx$

15. $\int \ln(8-5x) dx$

6. $\int \ln(x^2-1) dx$

16. $\int \operatorname{arctg} \frac{x}{9} dx$

7. $\int x^3 \cdot \ln x dx$

17. $\int \cos \ln |1|x dx$

8. $\int \sin \ln \frac{x}{7} dx$

18. $\int e^{7x} \cdot \sin x dx$

9. $\int x^2 \cdot e^{-2x} dx$

19. $\int \frac{x \cos 3x}{\sin^2 3x} dx$

10. $\int \ln(x - \sqrt{5+x^2}) dx$

20. $\int \frac{x dx}{\cos^2 6x}$

Варіант 5

1. $\int x \cdot 6^{-x} dx$

11. $\int \arccos \frac{x}{9} dx$

2. $\int \frac{\ln x}{x^6} dx$

12. $\int x^2 \cdot e^{3x} dx$

3. $\int x \cdot \cos \frac{x}{7} dx$

13. $\int \arctg \frac{x}{2} dx$

4. $\int x \arctg 8x dx$

14. $\int x \cdot \sin 7x dx$

5. $\int \arcsin 3x dx$

15. $\int \frac{\ln x}{\sqrt[8]{x}} dx$

6. $\int \sin \ln \frac{x}{8} dx$

16. $\int e^x \cdot \sin \frac{x}{8} dx$

7. $\int e^{5x} \cos x dx$

17. $\int \cos \ln 21x dx$

8. $\int x^{12} \cdot \ln x dx$

18. $\int \ln(5-3x) dx$

9. $\int \frac{x \cos 5x}{\sin^2 5x} dx$

19. $\int \frac{x dx}{\cos^2 6x}$

10. $\int \ln(x + \sqrt{7+x^2}) dx$

20. $\int \ln(x^2 - 4) dx$

Варіант 6

1. $\int x \sin 19x dx$

11. $\int \frac{\ln x}{x^8} dx$

2. $\int x^{16} \ln x dx$

12. $\int x^2 \cos x dx$

3. $\int \operatorname{arctg} 4x dx$

13. $\int x \cdot 7^{-x} dx$

4. $\int x^2 8^x dx$

14. $\int \arcsin \frac{x}{6} dx$

5. $\int e^{\frac{x}{3}} \cos x dx$

15. $\int x \cdot \operatorname{arctg} \frac{x}{3} dx$

6. $\int \arccos 9x dx$

16. $\int \frac{\ln x}{\sqrt[8]{x}} dx$

7. $\int \sqrt{x} \ln x dx$

17. $\int e^x \sin 9x dx$

8. $\int \cos \ln 6x dx$

18. $\int \ln \left(5 + \frac{x}{2} \right) dx$

9. $\int \ln(x + \sqrt{6 + x^2}) dx$

19. $\int \sin \ln \frac{x}{8} dx$

10. $\int \frac{x dx}{\sin^2 7x}$

20. $\int \frac{x \sin 3x}{\cos^2 3x} dx$

Варіант 7

1. $\int x^8 \ln x dx$

11. $\int \frac{x dx}{\sin^2 \frac{x}{7}}$

2. $\int \arcsin 7x dx$

12. $\int \frac{\ln x}{\sqrt[3]{x}} dx$

3. $\int x \cos \frac{x}{3} dx$

13. $\int \arccos \frac{x}{8} dx$

4. $\int e^{-x} \sin 5x dx$

14. $\int e^{-x} \cos x dx$

5. $\int \cos \ln 7x dx$

15. $\int x^2 \sin 5x dx$

6. $\int x \cdot \operatorname{arctg} 8x dx$

16. $\int \ln(7-9x) dx$

7. $\int \frac{\ln x}{x^7} dx$

17. $\int \sin \ln \frac{x}{7} dx$

8. $\int \frac{x dx}{\cos^2 3x}$

18. $\int x^2 e^x dx$

9. $\int x \cdot 3^x dx$

19. $\int \operatorname{arccotg} \frac{x}{9} dx$

10. $\int \ln(x + \sqrt{8+x^2}) dx$

20. $\int \ln(x^2 + 7) dx$

Вариант 8

1. $\int x^4 \ln x dx$

11. $\int \frac{\ln x}{\sqrt[10]{x}} dx$

2. $\int \arctg 8x dx$

12. $\int x^2 \cos 5x dx$

3. $\int \arccos \frac{x}{7} dx$

13. $\int x \cdot \arctg \frac{x}{3} dx$

4. $\int x^2 7^x dx$

14. $\int \frac{x dx}{\sin^2 7x}$

5. $\int e^x \cos 8x dx$

15. $\int \frac{\ln x}{x^9} dx$

6. $\int \frac{\ln x}{\sqrt[9]{x}} dx$

16. $\int x \cdot e^{-3x} dx$

7. $\int \ln(x + \sqrt{18 + x^2}) dx$

17. $\int \arcsin 6x dx$

8. $\int \sin \ln 5x dx$

18. $\int \ln\left(4 - \frac{x}{8}\right) dx$

9. $\int x \sin \frac{x}{8} dx$

19. $\int \cos \ln \frac{x}{3} dx$

10. $\int \ln^2 3x dx$

20. $\int \frac{x \sin 5x}{\cos^2 5x} dx$

Варіант 9

1. $\int x^9 \ln x dx$

11. $\int \frac{\ln x dx}{x^9}$

2. $\int x \cdot e^{-3x} dx$

12. $\int x \cos \frac{x}{7} dx$

3. $\int x^2 \sin 5x dx$

13. $\int x^2 8^x dx$

4. $\int x \cdot \operatorname{arctg} 9x dx$

14. $\int \arcsin 9x dx$

5. $\int \arccos \frac{x}{8} dx$

15. $\int \operatorname{arctg} \frac{x}{6} dx$

6. $\int e^{-x} \sin 9x dx$

16. $\int \ln(8-7x) dx$

7. $\int \frac{\ln x}{\sqrt[3]{x}} dx$

17. $\int e^x \cos \frac{x}{5} dx$

8. $\int \sin \ln 5x dx$

18. $\int \ln(x^2-4) dx$

9. $\int \ln(x+\sqrt{9+x^2}) dx$

19. $\int \cos \ln \frac{x}{7} dx$

10. $\int \frac{x \cos 3x}{\sin^2 3x} dx$

20. $\int \frac{x dx}{\cos^2 6x}$

Варіант 10

1. $\int x^{10} \ln x dx$

11. $\int \frac{\ln x}{x^9} dx$

2. $\int x \cdot e^{\frac{x}{2}} dx$

12. $\int x \cdot \operatorname{arctg} 7x dx$

3. $\int \operatorname{arctg} \frac{x}{10} dx$

13. $\int x^2 9^x dx$

4. $\int x \sin \frac{x}{5} dx$

14. $\int e^{\frac{x}{6}} \sin x dx$

5. $\int \frac{\ln x}{\sqrt[10]{x}} dx$

15. $\int x^2 \cos 8x dx$

6. $\int e^{-x} \cos 3x dx$

16. $\int \ln(4-3x) dx$

7. $\int \frac{x dx}{\sin^2 5x}$

17. $\int \arcsin \frac{x}{3} dx$

8. $\int \cos \ln 17x dx$

18. $\int \ln(10+x^2) dx$

9. $\int \ln(x - \sqrt{10+x^2}) dx$

19. $\int \sin \ln \frac{x}{9} dx$

10. $\int \arccos 8x dx$

20. $\int \frac{x \sin 2x}{\cos^2 2x} dx$

Варіант 11

1. $\int x^{11} \ln x dx$

11. $\int x \sin \frac{x}{7} dx$

2. $\int x e^{\frac{x}{3}} dx$

12. $\int \frac{x \cos x}{\sin^2 x} dx$

3. $\int x^2 \cos 9x dx$

13. $\int \frac{\ln x}{x^{11}} dx$

4. $\int x \cdot \operatorname{arctg} 10x dx$

14. $\int x^2 3^x dx$

5. $\int \frac{\ln x}{\sqrt[11]{x}} dx$

15. $\int \operatorname{arccotg} \frac{x}{8} dx$

6. $\int e^{-x} \sin 2x dx$

16. $\int \sin \ln \frac{x}{7} dx$

7. $\int \cos \ln 11x dx$

17. $\int \ln(4+3x) dx$

8. $\int \arccos \frac{x}{5} dx$

18. $\int \ln(x + \sqrt{1+x^2}) dx$

9. $\int \ln(7-x^2) dx$

19. $\int e^x \cos 5x dx$

10. $\int \frac{x dx}{\cos^2 \frac{x}{4}}$

20. $\int \arcsin 8x dx$

Вариант 12

1. $\int x^{12} \ln x dx$

11. $\int x \cos \frac{x}{5} dx$

2. $\int x \cdot e^{-2x} dx$

12. $\int \frac{\ln x}{x^{12}} dx$

3. $\int x^2 \sin 3x dx$

13. $\int x^2 7^x dx$

4. $\int \operatorname{arctg} \frac{x}{3} dx$

14. $\int \arcsin \frac{x}{4} dx$

5. $\int \frac{\ln x}{\sqrt[12]{x}} dx$

15. $\int \ln \left(5 - \frac{x}{3} \right) dx$

6. $\int \arccos 8x dx$

16. $\int e^x \sin 4x dx$

7. $\int e^{-x} \cos 5x dx$

17. $\int x \cdot \operatorname{arccotg} 6x dx$

8. $\int \ln(9 + x^2) dx$

18. $\int \sin \ln 9x dx$

9. $\int \cos \ln \frac{x}{4} dx$

19. $\int \ln^2 3x dx$

10. $\int \frac{x dx}{\cos^2 7x}$

20. $\int \frac{x \cos 5x}{\sin^2 5x} dx$

Варіант 13

1. $\int x^{13} \ln x dx$

11. $\int x^2 \cos 4x dx$

2. $\int x \cdot 7^x dx$

12. $\int \frac{\ln x}{x^{13}} dx$

3. $\int x \sin \frac{x}{5} dx$

13. $\int x^2 e^{-x} dx$

4. $\int \operatorname{arccotg} 9x dx$

14. $\int \arccos \frac{x}{7} dx$

5. $\int \sin \ln 8x dx$

15. $\int x \cdot \operatorname{arctg} \frac{x}{3} dx$

6. $\int e^{-x} \sin 7x dx$

16. $\int \ln \left(7 + \frac{x}{3} \right) dx$

7. $\int \frac{\ln x}{\sqrt[13]{x}} dx$

17. $\int e^x \cos \frac{x}{6} dx$

8. $\int \arcsin 11x dx$

18. $\int \cos \ln \frac{x}{9} dx$

9. $\int \frac{x \sin 4x}{\cos^2 4x} dx$

19. $\int \ln \left(x + \sqrt{13 + x^2} \right) dx$

10. $\int \ln(10 - x^2) dx$

20. $\int \frac{x dx}{\sin^2 7x}$

Варіант 14

1. $\int x^{14} \ln x dx$

11. $\int x^2 \sin 7x dx$

2. $\int x \cdot 6^{-x} dx$

12. $\int \frac{\ln x}{x^{14}} dx$

3. $\int x \cos \frac{x}{4} dx$

13. $\int x^2 e^{3x} dx$

4. $\int \frac{\ln x}{\sqrt[14]{x}} dx$

14. $\int x \operatorname{arccotg} 5x dx$

5. $\int \arccos \frac{x}{3} dx$

15. $\int \ln \left(6 - \frac{x}{7} \right) dx$

6. $\int e^{-2x} \cos 3x dx$

16. $\int e^x \sin 12x dx$

7. $\int \cos \ln 7x dx$

17. $\int \ln \left(x - \sqrt{1 + x^2} \right) dx$

8. $\int \operatorname{arctg} \frac{x}{2} dx$

18. $\int \frac{x dx}{\cos^2 4x}$

9. $\int \ln \left(x + \sqrt{13 + x^2} \right) dx$

19. $\int \arcsin 8x dx$

10. $\int \frac{x \cos 5x}{\sin^2 5x} dx$

20. $\int \sin \ln \frac{x}{3} dx$

Варіант 15

1. $\int x^{15} \ln x dx$

11. $\int x^2 \cos 3x dx$

2. $\int x \sin \frac{x}{7} dx$

12. $\int \frac{\ln x}{x^{15}} dx$

3. $\int x \operatorname{arccotg} 8x dx$

13. $\int e^x \cos 8x dx$

4. $\int e^{3x} \sin x dx$

14. $\int \operatorname{arccotg} \frac{x}{10} dx$

5. $\int x 8^{-x} dx$

15. $\int \cos \ln \frac{x}{4} dx$

6. $\int \frac{\ln x dx}{\sqrt[15]{x}}$

16. $\int \ln \left(6 - \frac{x}{4} \right) dx$

7. $\int \frac{x \sin 2x}{\cos^2 x} dx$

17. $\int \arccos 18x dx$

8. $\int \sin \ln 6x dx$

18. $\int x^2 5^x dx$

9. $\int \ln(x^2 - 16) dx$

19. $\int \ln^2 x dx$

10. $\int \arcsin \frac{x}{8} dx$

20. $\int \frac{x dx}{\sin^2 7x}$

Варіант 16

1. $\int x^{16} \ln x dx$

11. $\int x^2 \sin 6x dx$

2. $\int x \cos \frac{x}{7} dx$

12. $\int \frac{\ln x}{x^{16}} dx$

3. $\int x e^{-4x} dx$

13. $\int e^x \sin 5x dx$

4. $\int \arccos 8x dx$

14. $\int \sin \ln 9x dx$

5. $\int \frac{\ln x}{\sqrt[16]{x}} dx$

15. $\int x^2 3^x dx$

6. $\int e^{-x} \cos 5x dx$

16. $\int x \cdot \operatorname{arctg} 7x dx$

7. $\int \cos \ln \frac{x}{3} dx$

17. $\int \ln(5-4x) dx$

8. $\int \operatorname{arcctg} 9x dx$

18. $\int \arcsin \frac{x}{4} dx$

9. $\int \ln(x + \sqrt{16+x^2}) dx$

19. $\int \frac{x \cos 8x}{\sin^2 8x} dx$

10. $\int \frac{x dx}{\cos^2 5x}$

20. $\int \ln(x^2+11) dx$

Варіант 17

1. $\int x^{17} \ln x dx$

11. $\int x \cdot \operatorname{arctg} x dx$

2. $\int x \cos 7x dx$

12. $\int \arccos 5x dx$

3. $\int e^{-x} \sin 2x dx$

13. $\int x^2 \sin 8x dx$

4. $\int \operatorname{arctg} \frac{x}{7} dx$

14. $\int \frac{\ln x}{x^9} dx$

5. $\int \frac{\ln x}{\sqrt[3]{x}} dx$

15. $\int e^x \cos 12x dx$

6. $\int \sin \ln 3x dx$

16. $\int \ln^2 x dx$

7. $\int \frac{x dx}{\cos^2 2x}$

17. $\int x^2 5^x dx$

8. $\int \ln \left(1 - \frac{x}{4} \right) dx$

18. $\int \cos \ln \frac{x}{12} dx$

9. $\int x e^{6x} dx$

19. $\int \frac{x \cos 5x}{\sin^2 5x} dx$

10. $\int \ln \left(x - \sqrt{9 + x^2} \right) dx$

20. $\int \ln (x^2 - 4) dx$

Варіант 18

1. $\int x^{18} \ln x dx$

11. $\int \sin \ln 17x dx$

2. $\int x \sin 13x dx$

12. $\int e^{-2x} \cos 4x dx$

3. $\int \arcsin 7x dx$

13. $\int x 8^x dx$

4. $\int e^x \sin 8x dx$

14. $\int \frac{\ln x}{x^8} dx$

5. $\int x^2 e^{-5x} dx$

15. $\int \operatorname{arctg} \frac{x}{3} dx$

6. $\int \frac{\ln x}{\sqrt[8]{x}} dx$

16. $\int x^2 \cos 6x dx$

7. $\int \cos \ln \frac{x}{3} dx$

17. $\int \arccos \frac{x}{4} dx$

8. $\int x \cdot \operatorname{arccotg} 2x dx$

18. $\int \ln(x^2 + 12) dx$

9. $\int \frac{x dx}{\sin^2 8x}$

19. $\int \frac{x \sin 3x}{\cos^2 3x} dx$

10. $\int \ln\left(5 - \frac{x}{8}\right) dx$

20. $\int \ln\left(x - \sqrt{9 + x^2}\right) dx$

Варіант 19

1. $\int x^{19} \ln x dx$

11. $\int x \cdot 9^{-x} dx$

2. $\int x \cos 17x dx$

12. $\int \frac{\ln x}{x^{14}} dx$

3. $\int x^2 e^{2x} dx$

13. $\int \arccos \frac{x}{2} dx$

4. $\int \operatorname{arctg} \frac{x}{6} dx$

14. $\int x^2 \sin 7x dx$

5. $\int \frac{\ln x dx}{\sqrt[9]{x}}$

15. $\int \cos \ln 19x dx$

6. $\int e^{-x} \cos 5x dx$

16. $\int x \cdot \operatorname{arctg} 7x dx$

7. $\int \arcsin 8x dx$

17. $\int e^{3x} \sin 2x dx$

8. $\int \sin \ln 9x dx$

18. $\int \ln^2 x dx$

9. $\int \ln \left(4 + \frac{x}{9} \right) dx$

19. $\int \frac{x \cos 4x}{\sin^2 4x} dx$

10. $\int \frac{x dx}{\cos^2 5x}$

20. $\int \ln \left(x + \sqrt{25 + x^2} \right) dx$

Варіант 20

1. $\int x^{20} \ln x dx$

11. $\int x^2 3^x dx$

2. $\int x \cos 12x dx$

12. $\int \arcsin \frac{x}{7} dx$

3. $\int x e^{-4x} dx$

13. $\int x \cdot \operatorname{arccotg} 5x dx$

4. $\int \arccos 8x dx$

14. $\int e^{3x} \sin 6x dx$

5. $\int \frac{\ln x}{\sqrt[10]{x}} dx$

15. $\int x^2 \sin 4x dx$

6. $\int \operatorname{arctg} \frac{x}{9} dx$

16. $\int \frac{\ln x}{x^{20}} dx$

7. $\int e^x \cos 5x dx$

17. $\int \cos \ln \frac{x}{19} dx$

8. $\int \sin \ln 10x dx$

18. $\int \ln(x^2 + 6) dx$

9. $\int \ln \left(4 + \frac{x}{3} \right) dx$

19. $\int \frac{x \cos 4x}{\sin^2 4x} dx$

10. $\int \frac{x dx}{\cos^2 5x}$

20. $\int \ln(x + \sqrt{16 + x^2}) dx$

Варіант 21

1. $\int x^{21} \ln x dx$

11. $\int x 7^{-x} dx$

2. $\int x \sin \frac{x}{4} dx$

12. $\int \arccos \frac{x}{4} dx$

3. $\int x^2 e^{5x} dx$

13. $\int e^{-x} \cos 7x dx$

4. $\int \frac{\ln x}{\sqrt[11]{x}} dx$

14. $\int \sin \ln \frac{x}{21} dx$

5. $\int \arcsin 7x dx$

15. $\int x^2 \cos 6x dx$

6. $\int x \cdot \operatorname{arctg} 9x dx$

16. $\int \frac{\ln x}{x^{21}} dx$

7. $\int e^{4x} \sin 2x dx$

17. $\int \operatorname{arctg} \frac{x}{8} dx$

8. $\int \cos \ln \frac{x}{20} dx$

18. $\int \ln^2 x dx$

9. $\int \ln \left(8 - \frac{x}{3} \right) dx$

19. $\int \frac{x \sin 7x}{\cos^2 7x} dx$

10. $\int \frac{x dx}{\sin^2 4x}$

20. $\int \ln \left(x - \sqrt{7 + x^2} \right) dx$

Варіант 22

1. $\int x^{22} \ln x dx$

11. $\int x^2 \sin 4x dx$

2. $\int x \cos \frac{x}{9} dx$

12. $\int \arcsin 11x dx$

3. $\int x^2 e^{4x} dx$

13. $\int x \cdot \operatorname{arccotg} 8x dx$

4. $\int \frac{\ln x}{\sqrt[12]{x}} dx$

14. $\int x 7^{-8x} dx$

5. $\int e^{-3x} \cos x dx$

15. $\int \cos \ln \frac{x}{22} dx$

6. $\int \arccos \frac{x}{3} dx$

16. $\int \frac{x \sin x}{\cos^2 x} dx$

7. $\int \operatorname{arctg} \frac{x}{8} dx$

17. $\int \frac{\ln x}{x^{22}} dx$

8. $\int \sin \ln 19x dx$

18. $\int e^x \sin 11x dx$

9. $\int \ln \left(7 - \frac{x}{5} \right) dx$

19. $\int \ln \left(x + \sqrt{14 + x^2} \right) dx$

10. $\int \frac{x \cos 4x}{\sin^2 4x} dx$

20. $\int \ln (3x^2 + 8) dx$

Варіант 23

1. $\int x^{22} \ln x dx$

11. $\int x^2 \cos 2x dx$

2. $\int x \sin \frac{x}{7} dx$

12. $\int e^{-x} \cos x dx$

3. $\int x e^{-6x} dx$

13. $\int \arccos 6x dx$

4. $\int \arcsin \frac{x}{7} dx$

14. $\int \frac{\ln x}{x^{23}} dx$

5. $\int e^{4x} \sin 2x dx$

15. $\int \operatorname{arccotg} \frac{x}{4} dx$

6. $\int x \cdot \operatorname{arctg} 3x dx$

16. $\int x^2 4^x dx$

7. $\int \frac{\ln x}{\sqrt[13]{x}} dx$

17. $\int \sin \ln \frac{x}{13} dx$

8. $\int \cos \ln 12x dx$

18. $\int \ln(x - \sqrt{6 + x^2}) dx$

9. $\int \ln\left(7 + \frac{x}{2}\right) dx$

19. $\int \frac{x dx}{\sin^2 7x}$

10. $\int \frac{x \sin 5x}{\cos^2 5x} dx$

20. $\int \ln(4x^2 + 8) dx$

Варіант 24

1. $\int x^{24} \ln x dx$

11. $\int x 9^{-x} dx$

2. $\int x \sin 4x dx$

12. $\int \arcsin \frac{x}{5} dx$

3. $\int x^2 e^{3x} dx$

13. $\int \operatorname{arctg} \frac{x}{6} dx$

4. $\int \frac{\ln x dx}{\sqrt[14]{x}}$

14. $\int \frac{\ln x}{x^{24}} dx$

5. $\int e^{-x} \cos 5x dx$

15. $\int x^2 \cos x dx$

6. $\int \arccos 7x dx$

16. $\int e^x \sin 10x dx$

7. $\int x \cdot \operatorname{arctg} 3x dx$

17. $\int \cos \ln 18x dx$

8. $\int \frac{x dx}{\cos^2 8x}$

18. $\int \ln(x^2 - 16) dx$

9. $\int \sin \ln \frac{x}{7} dx$

19. $\int \frac{x \cos 4x}{\sin^2 4x} dx$

10. $\int \ln^2 x dx$

20. $\int \ln(x - \sqrt{8 + x^2}) dx$

Вариант 25

1. $\int x^{25} \ln x dx$

11. $\int \ln\left(6 - \frac{x}{7}\right) dx$

2. $\int x \cos 7x dx$

12. $\int x 6^{-x} dx$

3. $\int x^2 e^{3x} dx$

13. $\int x^3 \sin x dx$

4. $\int e^x \sin 9x dx$

14. $\int \frac{\ln x}{x^{25}} dx$

5. $\int \frac{\ln x dx}{\sqrt[15]{x}}$

15. $\int e^{-x} \cos 4x dx$

6. $\int \arcsin 2x dx$

16. $\int x \cdot \operatorname{arctg} 7x dx$

7. $\int \cos \ln \frac{x}{3} dx$

17. $\int \arccos \frac{x}{3} dx$

8. $\int \operatorname{arctg} 8x dx$

18. $\int \sin \ln 7x dx$

9. $\int \ln\left(x + \sqrt{25 + x^2}\right) dx$

19. $\int \frac{x \sin 2x}{\cos^2 2x} dx$

10. $\int \frac{x dx}{\sin^2 4x}$

20. $\int \ln(x^2 - 49) dx$

Варіант 26

1. $\int x^{26} \ln x dx$

11. $\int x^2 e^{4x} dx$

2. $\int x \sin 5x dx$

12. $\int \frac{\ln x dx}{x^{16}}$

3. $\int x \cdot e^{-11x} dx$

13. $\int x^2 \cos 2x dx$

4. $\int e^{-x} \cos 5x dx$

14. $\int \arcsin 8x dx$

5. $\int \frac{\ln x dx}{\sqrt[16]{x}}$

15. $\int e^x \sin 6x dx$

6. $\int \operatorname{arccotg} \frac{x}{3} dx$

16. $\int \sin \ln \frac{x}{14} dx$

7. $\int \cos \ln 7x dx$

17. $\int x \cdot \operatorname{arctg} 5x dx$

8. $\int \ln(5+7x) dx$

18. $\int \frac{x \cos 3x}{\sin^2 3x} dx$

9. $\int \arccos \frac{x}{4} dx$

19. $\int \ln(x - \sqrt{9+x^2}) dx$

10. $\int \frac{x dx}{\cos^2 x}$

20. $\int \ln(3x^2+5) dx$

Варіант 27

1. $\int x^{27} \ln x dx$

11. $\int x^2 e^{2x} dx$

2. $\int x 5^{-3x} dx$

12. $\int \frac{\ln x dx}{x^{27}}$

3. $\int x \cos \frac{x}{4} dx$

13. $\int \arccos \frac{x}{8} dx$

4. $\int \arcsin 9x dx$

14. $\int x^2 \sin 7x dx$

5. $\int \frac{\ln x}{\sqrt[7]{x}} dx$

15. $\int \operatorname{arccotg} \frac{x}{3} dx$

6. $\int x \cdot \operatorname{arctg} 6x dx$

16. $\int \sin \ln 19x dx$

7. $\int \cos \ln \frac{x}{16} dx$

17. $\int \ln(x^2 + 25) dx$

8. $\int \ln(7 - 6x) dx$

18. $\int \frac{x \sin 3x}{\cos^2 3x} dx$

9. $\int \frac{x dx}{\sin^2 5x}$

19. $\int e^{-3x} \cos 5x dx$

10. $\int \ln(x + \sqrt{14 + x^2}) dx$

20. $\int e^x \sin 9x dx$

Варіант 28

1. $\int x^{28} \ln x dx$

11. $\int x^2 e^x dx$

2. $\int x \sin 6x dx$

12. $\int e^{2x} \sin 3x dx$

3. $\int x 5^{-3x} dx$

13. $\int \frac{\ln x}{x^{28}} dx$

4. $\int e^{-x} \cos 2x dx$

14. $\int \operatorname{arctg} \frac{x}{4} dx$

5. $\int \frac{\ln x}{\sqrt[8]{x}} dx$

15. $\int \sin \ln 17x dx$

6. $\int x \cdot \operatorname{arccotg} x dx$

16. $\int \arccos \frac{x}{2} dx$

7. $\int \cos \ln \frac{x}{19} dx$

17. $\int \ln(x - \sqrt{7 + x^2}) dx$

8. $\int \ln(6x^2 - 8) dx$

18. $\int x^2 \cos x dx$

9. $\int \arcsin 7x dx$

19. $\int \ln(3 + 4x) dx$

10. $\int \frac{x dx}{\cos^2 5x}$

20. $\int \frac{x \cos 2x}{\sin^2 2x} dx$

Варіант 29

1. $\int x^{29} \ln x dx$

11. $\int x \cos 6x dx$

2. $\int x \sin \frac{x}{4} dx$

12. $\int \frac{\ln x}{x^{19}} dx$

3. $\int x 8^{-9x} dx$

13. $\int e^{2x} \sin x dx$

4. $\int \operatorname{arctg} \frac{x}{2} dx$

14. $\int \ln(2x^2 + 5) dx$

5. $\int \frac{\ln x}{\sqrt[9]{x}} dx$

15. $\int \arccos \frac{x}{4} dx$

6. $\int e^{-3x} \cos 5x dx$

16. $\int x \cdot \operatorname{arctg} 6x dx$

7. $\int \arcsin 3x dx$

17. $\int \sin \ln 15x dx$

8. $\int \ln(4 - 7x) dx$

18. $\int x^2 e^x dx$

9. $\int \cos \ln \frac{x}{20} dx$

19. $\int \frac{x \sin 7x}{\cos^2 7x} dx$

10. $\int \frac{x dx}{\sin^2 x}$

20. $\int \ln(x + \sqrt{14 + x^2}) dx$

Вариант 30

1. $\int x^{30} \ln x dx$

11. $\int x \cos 6x dx$

2. $\int x \sin \frac{x}{7} dx$

12. $\int x e^{5x} dx$

3. $\int x 3^{-4x} dx$

13. $\int \frac{\ln x}{x^{30}} dx$

4. $\int \frac{\ln x}{\sqrt[10]{x}} dx$

14. $\int \sin \ln 19x dx$

5. $\int e^{-3x} \cos 5x dx$

15. $\int \operatorname{arctg} \frac{x}{4} dx$

6. $\int x \cdot \operatorname{arctg} 6x dx$

16. $\int \ln(6+3x^2) dx$

7. $\int \cos \ln \frac{x}{16} dx$

17. $\int \arccos 4x dx$

8. $\int \arcsin \frac{x}{2} dx$

18. $\int e^x \sin 7x dx$

9. $\int \ln(6-8x) dx$

19. $\int \frac{x \cos x}{\sin^2 x} dx$

10. $\int \frac{x dx}{\cos^2 4x}$

20. $\int \ln(x - \sqrt{6+x^2}) dx$

Укладачі:
Кібкало Ольга Федорівна
Карманова Лілія Валентинівна
Орел Валентина Пантеліївна

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ТА РОЗРАХУНКОВІ ЗАВДАННЯ

з нормативної дисципліни "Вища математика"
для студентів усіх спеціальностей
за темою "Інтегрування частинами"

Редакційно-видавничий комплекс

Редактор Ю.В. Рачковська

Підписано до друку 22.01.2003. Формат 30×42/4.

Папір Captain. Ризографія. Умовн. друк. арк. 1,9.

Обліково-видавн. арк. 1,9. Тираж 200 прим.

Зам. № 112

НГУ

49027, Дніпропетровськ-27, просп. К. Маркса, 19.